K O M B I N A T O R I K A

Zopakovanie učiva kombinatoriky z 5. ročníka základnej školy:

V minulom školskom roku sme sa dozvedeli, že kombinatorika je časť matematiky, ktorá skúma otázky existencie, vytvárania a určenia počtu konfigurácií - možností. Zaoberá sa najmä úlohami výpočtu koľkými spôsobmi môžeme **vybrať** určité objekty, koľkými spôsobmi môžeme **usporiadať** určité objekty a koľkými spôsobmi môžeme **zoradiť** určité objekty.

Vzorový príklad z kombinatoriky – opakovanie:

Zadanie: Koľko tanečných párov dokážeme vytvoriť z 3 chlapcov a 4 dievčat?
Riešenie: Na začiatku si musíme uvedomiť, že tanečný pár tvorí dvojica tanečníkov zložená z jedného chlapca a jedného dievčaťa. ***Nemôže*** tancovať chlapec s chlapcom, alebo dievča s dievčaťom. Úlohou je teda zistiť koľko existuje všetkých dvojíc chlapec - dievča, ak máme k dispozícii 3 chlapcov a 4 dievčatá. Je dôležité aby sme si pri vytváraní dvojíc stanovili systém, ktorým budeme dvojice vytvárať tak, aby sme sa nepomýlili a zároveň na žiadnu dvojicu nezabudli.
Nech sa chlapci volajú: Peter (**P**), Karol (**K**) a Juraj (**J**)
Nech sa dievčatá volajú: Anna (**A**), Vanesa (**V**), Simona (**S**) a Elena (**E**)
Dvojice (tanečné páry) budeme vytvárať tak, že ku každému chlapcovi dáme všetky dievčatá, teda:
Peter - Anna, **Peter** – Vanesa, **Peter** – Simona, **Peter** – Elena (**P-A, P-V, P-S, P-E**)
Karol – Anna, **Karol** – Vanesa, **Karol** – Simona, **Karol** - Elena (**K-A, K-V, K-S, K-E)**
Juraj – Anna, **Juraj** – Vanesa, **Juraj** – Simona, **Juraj** – Elena (**J-A, J-V, J-S, J-E)**

Spočítaním všetkých dvojíc (všetkých možností) zistíme, že je možné zostaviť 12 tanečných párov. Z troch chlapcov a 4 dievčat je teda možné zostaviť **3 x 4 = 12** tanečných párov.
Dôležité je taktiež si uvedomiť, že napr. **Peter – Anna** a **Anna – Peter**, je jeden tanečný pár. Je teda jedno či ako prvý je napísaný Peter alebo Anna. V matematike (kombinatorike) hovoríme, že **nezáleží na poradí**.

Iný typ príkladov bude taký, kde na poradí naopak záleží (poradie nesmieme vymeniť).

Zadanie: Koľko všetkých dvojciferných čísel, je možné vytvoriť z číslic 3, 4 a 9 ?
Riešenie: Tu si musíme ako prvé uvedomiť, že dvojciferné číslo je také číslo, ktoré sa skladá z dvoch číslic. (Napríklad číslo **57** je dvojciferné číslo a je zložené z číslice 5, ktorá je v čísle na mieste **desiatok** a z číslice 7, ktorá je v čísle na mieste **jednotiek.** Každému musí byť jasné, že záleží na tom, či je číslica na mieste desiatok alebo na mieste jednotiek – inak by vznikli dve rozdielne čísla: 57 alebo 75.

Opäť si musíme vytvoriť systém, ktorým budeme dvojciferné čísla vytvárať tak, aby sme sa nepomýlili a zároveň na žiadne dvojciferné číslo nezabudli. Navyše čísla budú musieť byť vytvorené iba z číslic 3, 4 a 9. Čísla vytvoríme tak, že si zvolíme číslo, ktoré bude prvé (teda na mieste desiatok) a k tomuto číslu dáme všetky ostatné tak, aby mi vznikli všetky dvojciferné čísla.
Na prvé miesto (miesto desiatok) dáme najskôr číslicu 3. K trojke môžeme potom pridať číslice 3, 4 alebo 9. Dostaneme teda čísla 33, 34 a 39
Potom si na prvé miesto (miesto desiatok) dáme číslicu 4. K štvorke môžeme potom pridať číslice 3, 4 alebo 9. Vzniknú nám dvojciferné čísla 43, 44 a 49
Nakoniec si na prvé miesto (miesto desiatok) dáme číslicu 9. K deviatke môžeme potom pridať číslice 3, 4 alebo 9. Vzniknú nám dvojciferné čísla 93, 94 a 99.
Všetky možnosti spočítame a zistíme, že z 3 číslic je možné zostaviť 9 rôznych dvojciferných čísel, čiže 3 x 3 = 9 možností.
Riešenie sa dá zobraziť aj týmto grafom: **prvá číslica – miesto desiatok, druhá číslica – miesto jednotiek**

3 →	3	33	4 →	3	43	9 →	3	93
3 →	4	34	4 →	4	44	9 →	4	94
3 →	9	39	4 →	9	49	9 →	9	99

3 možnosti + 3 možnosti + 3 možnosti = 9 možností

V kombinatorike ide teda o vytváranie **všetkých možností** alebo **všetkých skupín** z množiny, ktorú **máme k dispozícii.**
V prvom príklade sme vytvárali všetky dvojice chlapec-dievča (tanečné páry) z množiny 3 chlapcov a 4 dievčat ktoré sme mali k dispozícii.
V druhom príklade sme vytvárali všetky dvojciferné čísla (XY) z množiny 3 čísel (3, 4 a 9), ktoré sme mali k dispozícii.
Ak v kombinatorike nezáleží na poradí hovoríme o kombináciách (vytvárame kombinácie).
Ak v kombinatorike záleží na poradí hovoríme o variáciách (vytvárame variácie).

Ďalšie vzorové príklady na kombinatorické úlohy:

Zadanie: Koľko veľkých (dvoj-kopčekových) zmrzlín je možné vytvoriť z 5 druhov zmrzlín?
Riešenie: Na začiatku si musíme uvedomiť, že v tomto prípade **nezáleží na poradí**, pretože napríklad citrónovo-čokoládová zmrzlina je to isté ako čokoládovo-citrónová.
Ideme teda vytvárať dvojicu zmrzlín z piatich, ktoré máme k dispozícii.
Ak by sme mali napríklad k dispozícii týchto 5 zmrzlín : citrónová (C), vanilková (V), malinová (M), kokosová (K) a pistáciová (P).
Dvojice začneme vytvárať tak, že ako prvú si dáme citrónovú zmrzlinu a ku nej všetky ostatné. Dostaneme tieto kombinácie: C-V, C- M, C- K, C - P a nesmiem zabudnúť na kombináciu C- C. Dostal som **5 možností.** Citrónovú zmrzlinu som skombinoval so všetkými ostatnými a preto ju musím v ďalších zmrzlinách vynechať.
Ďalšia zmrzlina v poradí je vanilková, preto túto skombinujem so všetkými ostatnými. Dostanem nasledujúce kombinácie zmrzlín: V - M, V - K, V - P a nemôžem zabudnúť na kombináciu V - V. Dostal som **4 možnosti.** Vanilkovú zmrzlinu som skombinoval so všetkými ostatnými a preto ju musím v ďalších zmrzlinách už vynechať.
Ďalšia zmrzlina v poradí je malinová, preto túto skombinujem so všetkými ostatnými. Dostanem nasledujúce kombinácie zmrzlín: M - K, M - P a nemôžem zabudnúť na kombináciu M - M. Dostal som **3 možnosti.**
Ďalšia zmrzlina v poradí je kokosová, ktorú môžem už skombinovať iba so zmrzlinou pistáciovou a samú so sebou – K – P, K - K. Dostanem **2 možnosti.**
Nakoniec mi zostane iba posledná kombinácia P - P, čiže **1 možnosť.**
Keď všetky možnosti spočítam dostanem spolu 5+4+3+2+1= **15** možností, teda **15 kombinácií zmrzlín.**